● $\mathbb{Q}$ の切断 $(A,B)$ に対して，$A$ の最大元と $B$ の最小元は同時に存在しないことを示せ．

（解答例）　$a=\max A$ と $b=\min B$ が同時に存在したとする．$a\in A$，$b\in B$ であるから，(D2) より $a<b$ である．$c=(a+b)/2$ とおくと，$c\in\mathbb{Q}=A\cup B$ であり，$a<c<b$ が成り立つ．$c\in A$ のときには $c\leq a$ であることに反し，$c\in B$ のときには $b\leq c$ であることに反する．したがって，$\max A$ と $\min B$ は同時に存在しない．

● $\mathbb{Q}$ の切断 $(A,B)$ に対して，

(1) $A\neq\varnothing$ であり，$A$ は上に有界である，
(2) $q\in A$，$r\in\mathbb{Q}$，$r\leq q$ ならば $r\in A$ が成り立つ，

ことを示せ．

（解答例）　(1) (D1) より $A\neq\varnothing$ であり，$b\in B$ となる $b\in\mathbb{Q}$ をとることができる．(D2) より，すべての $a\in A$ に対して $a<b$ が成り立つので，$b$ は $A$ の上界である．したがって，$A$ は上に有界である．(2) $r\in B$ とすると，(D2) より $q<r$ となり，仮定に反する．したがって，$r\notin B$ である．(D1) より，$r\in A$ が成り立つ．