解析学概論　解答例

2016.07.18

■　すべて自然数 n に対して

$$(n+1)\cdot(n+2)\cdot(n+3)\cdot\cdots\cdot(2\,n) = 2^n\cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdot\cdots\cdot(2\,n-1)$$

が成り立つことを示せ.

(解)　$(2\,n)!$ を偶数の積と奇数の積に分解すると,

$$(2\,n)! = \{1\cdot 3\cdot 5\cdot\cdots\cdot(2\,n-1)\}\cdot\{2\cdot 4\cdot 5\cdot\cdots\cdot(2\,n)\} = \{1\cdot 3\cdot 5\cdot\cdots\cdot(2\,n-1)\}\cdot\{2^n\cdot n!\}$$

が成り立つので,

$$2^n\cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdot\cdots\cdot(2\,n-1) = \frac{(2\,n)!}{n!} = (n+1)\cdot(n+2)\cdot(n+3)\cdot\cdots\cdot(2\,n)$$

となる. ■