

■ 交換法則 $a \circ b = b \circ a$ が成り立たない二項演算 \circ の例を示せ.

(解) 例 1 : 正数 a, b に対して二項演算 $a \circ b$ を $a \circ b = a^b$ により定義すると, $2 \circ 3 = 2^3 = 8$, $3 \circ 2 = 3^2 = 9$ であるから, $2 \circ 3 \neq 3 \circ 2$ となる.

例 2 : 演算 \circ を 2×2 行列の積とすると,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

は

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = BA$$

をみます. ■